Corso di fisica II

Prova scritta del primo modulo del 28/05/08

Esercizio 1

Un sistema costituito da un condensatore in cui viene parzialmente inserita una lastra di dielettrico può essere studiato come composto da due condensatori paralleli: uno con e uno senza dielettrico. In questo modo possiamo scrivere la capacità come

$$C = \frac{\varepsilon_0}{d}\left[\frac{1}{2}\varepsilon_r \alpha R^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_r(\pi - \alpha)R^2\right]$$

Il momento può essere espresso come derivata dell'energia immagazzinata rispetto all'angolo. L'energia di un condensatore è

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

$$M = \frac{d}{d\alpha}U = \frac{1}{4}V^2\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)$$

La densità di carica che compare sulle superfici della lastra di dielettrico non dipende dall'angolo, ma compare solo nella regione del condensatore.

$$\sigma_P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}\cdot\vec{n} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\frac{V}{d} = 3.2\cdot 10^{-6}\,C/m^2$$

Esercizio 2

Prendiamo come configurazione di partenza l'asta posizionata a un estremo del moto oscillatorio. La legge oraria del moto allora è

$$\theta = \alpha\cos(\omega t)$$

Il flusso di B attraverso la superficie limitata dal circuito è espresso da

$$\Phi(B) = \left(\frac{1}{2}d^2\theta + A_{fissa}\right)B$$

$$f.e.m. = -\frac{d}{dt}\Phi(B) = \frac{1}{2}Bd^2\alpha\omega\sin(\omega t) = 1.64\sin(\omega t)V$$

Per calcolare l'energia immagazzinata dobbiamo conoscere la corrente. Per un'induttanza vale:

$$f.e.m = -L\frac{d}{dt}I$$

In questo caso conosciamo la *f.e.m.* e vogliamo trovare la corrente: dobbiamo quindi integrare, e poniamo come c.i $I(t_0) = 0$.

$$I(t) = \int_0^t \frac{f.e.m(\tau)}{L}d\tau = \frac{1}{2}\frac{Bd^2\alpha}{L}[\cos(\omega t) - 1]$$

Il termine -1 in parentesi è necessario per rispettare le c.i.

L'energia immagazzinata nell'induttanza vale

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{8L} \left\{ B d^2 \alpha \left[\cos(\omega t) - 1 \right] \right\}^2$$

Il massimo dell'energia immagazzinata si ha per $\cos(\omega t) = -1 \Rightarrow \omega t = \pi \Rightarrow \theta = -\alpha_{MAX}$

Con i valori proposti l'energia massima immagazzinata vale

$$W_{MAX} = 0.19 J$$